MÉTODOS NUMÉRICOS

GUIA N º 3 - ECUACIONES NO LINEALES

Uso de los comandos de Octave:

a) conv, polyval, roots, poly, dconv, meshgrid, contour, meshc.

Lea el help de cada uno de los comandos y comente para qué sirven.

Práctica:

PARTE A: Ecuaciones no lineales

1. Dado el polinomio $\mathrm{p(x)} = -\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x} + 1$ se pide: graficar en el intervalo [-1 3]. Encontrar las raíces, puntos máximos y mínimos de la curva.
2. Encontrar el polinomio de cuarto grado de raíces: 1 (doble), 2 y 3, utilizando el comando "**conv**". Representar en una misma gráfica el polinomio y sus raíces utilizando el comando "**plot**". Muestre las raíces con un circulo ("letra o").
3. Grafique y encuentre las raíces, máximos (o mínimos) de los siguientes polinomios.

   a) $p(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$ c) $p(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

   b) $\mathrm{p(x)} = \mathrm{x}^4 + 4\mathrm{x}^3 - \mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x} - 1$ d) $\mathrm{p(x)} = \mathrm{x}^2 + 3\mathrm{x} + 2$
4. Confeccione dos programas (dos archivos .m) que hallen soluciones de ecuaciones para una función cualquiera. Uno por el método de la secante y otro por el método de Newton-Raphson.
5. Encuentre una raíz positiva de $x^2 - 4xsin(x) + (2\sin(x))^2 = 0$ que sea exacta hasta la segunda cifra significativa.
6. Complete el cuadro, determinando las raíces de las siguientes ecuaciones usando los Métodos: Gráfico, de la Secante y de Newton-Raphson. Use los programas desarrollados en el punto 4.

Función	Método Gráfico	Método de la Secante		Método de Newton-Raphson	
	Raíces	Raíces	Nº de iteraciones	Raíces	Nº de iteraciones
$0.5\, e^{\frac{x}{3}} - sen(x) = 0 \qquad x > 0$					
$\log(1 + x) - x^2 = 0$					

$\tan(x) - x + 1 = 0\,;\;\; 0 < x < 2\pi$					
Función	Método Gráfico	Método de la Secante		Método de Newton-Raphson	
	Raíces	Raíces	Nº de iteraciones	Raíces	Nº de iteraciones
$0.1\,x^3 - 5\,x^2 - x + 4 + e^{-x} = 0$					
$x + x^2 + 3\,x^{-1} = 40$					
$e^x - 5x^2 = 0$					
$\sqrt{2 + x} - 2 = 0$					
$x^2 = e^{2\,x} + 1$					
$e^x - 3\,x^2 = 0$					
$3x + sen(x) - e^x = 0$					
$\dfrac{4x - 7}{x - 2} = x$					
$0.5\,x - sen(x) = 0$					

7. La ecuación $y = e^x - \frac{1}{sen(x)}$ tiene dos raíces positivas, en el intervalo de x entre 0 y 5, una de las cuales está muy próxima a un punto singular:

   - Encuentre ambas raíces positivas por **NR** empleando la derivada analíticamente
   - Repita ítem reemplazando la derivada por la diferencia hacia adelante

   Indique; ¿qué se necesita con ambas estrategias, para encontrar las dos raíces correctas?

PARTE B: Sistemas de ecuaciones no lineales

8. Dado el sistema :

$$\begin{cases} x = 0.1\,x^2 + 0.1\,y^2 + 0.8 \\ y = 0.1\,x + 0.1\,x\,y^2 + 0.8 \end{cases}$$

Resolver con valores iniciales **[xo yo] = [0.5 0.5]** y **[xo yo] = [6 6]**.

¿Cuántas etapas necesita para obtener una precisión del orden de 10^{-4}? ¿Por qué en el segundo caso la solución no converge? ¿Qué condiciones no se cumplen?

Resolver aplicando el método **Grafico**, esto es:

Paso 1: Las ecuaciones tienen que estar igualadas a cero.

Por ej: $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x - y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(x,y) = x^2 - y^2 - 1 = 0 \\ g(x,y) = x - y = 0 \end{cases}$

Paso 2: Graficar las curvas de nivel de ambas funciones en el mismo gráfico.

```
>> [X Y]=meshgrid( xmin:paso:xmax , ymin:paso:ymax )
>> z1 = X.^2 – Y.^2 – 1;
>> z2 = X – Y;
```

Otra forma:

```
>> f=@(x,y)    x.^2 + y.^2 – 1;
>> g=@(x,y)    x – y
>> z1=f(X,Y);
>> z2=g(X,Y);

>> contour (X,Y,z1,[0 0],'b')  % grafica la curva de nivel correspondiente a la superficie z1 correspondiente a la cota z1=0
>> hold  on
>> contour (X,Y,z2,[0 0] ,'r')  % grafica la curva de nivel correspondiente a la superficie z2 correspondiente a la cota z2=0
```

9. Realice un programa en un archivo .m que encuentre la solución a un sistema por **NR.**

10. Dado los siguientes sistemas hallar las raíces en forma gráfica y por **NR**. Compare.

a) $\begin{cases} f(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ g(x,y) = x^2 - y^2 + 0.5 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - senh(y) = 0 \\ 2\,y - \cosh(x) = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x,y) = x + 3\,log(x) - y^2 = 0 \\ g(x,y) = 2\,x^2 - x\,y - 5\,x + 1 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + x\,y^3 = 9 \\ 3\,x^2\,y - y^3 = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} f(x,y) = e^x + x\,y - 1 = 0 \\ g(x,y) = sen(x\,y) + x + y - 1 = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} xy - z^2 = 1 \\ xyz - x^2 + y^2 = 2 \\ e^x - e^y + z = 3 \end{cases}$