MÉTODOS NUMERICOS.
ING. CIVIL- ING.ELECTRÓNICA
2021

GUIA N º 2 - SISTEMAS LINEALES

PARTE A

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Se pide: Calcular las operaciones de los siguientes apartados. En caso de no poder calcularlos justifique

a) C * D ’
b) π * C
c) A * A = A ^ 2
d) A . ^ 2
e) A *(B + C)
f) C ’ * D (¿A qué operación entre vectores corresponde?)
g) D.\2
h) A./B
i) A.\B
j) C - 4
k) C‘*C
l) D./2

2. Construya las matrices: A=fix((rand(3,3)-0.5)*100) y B=magic(3).

Calcule y verifique en cada caso, las siguientes propiedades

a) det(A)
b) det(B)
c) $A*A^{-1} = A^{-1}*A$
d) $\det(A) * \det(A^{-1})$
e) $(A * B)^{-1} = B^{-1} * A^{-1}$
f) det(A * B) = det (A) * det (B)

3. Las matrices de Hilbert son mal condicionadas. Calcule el número de condición y el producto $det(A) \ * det(A^{-1})$ para las matrices de Hilbert de orden 5 hasta la de orden 14. Observe los resultados y obtenga conclusiones

Construya un sistema lineal A* x = b donde: A es una matriz de Hilbert y b = suma de las filas de A. Si analiza el sistema observará que la solución es un vector unitario. Calcule para distintas matrices de Hilbert de orden 4, 5 .a.13 y compare los resultados obtenidos con la solución exacta. Responda ¿Qué influencia tiene el número de condición de la matriz A en la solución del sistema?

4. Dados los siguientes sistemas lineales, se pide:

   a) Escriba el sistema en forma matricial
   b) Indique si el sistema tiene solución. Justifique
   c) Resuelva el sistema aplicando Octave. Escriba la solución

i)
$$
\begin{array}{lcc}
 & \text{a)} & \text{b)} \\
\left\{\begin{array}{l} 2x - y + 3z = \\ 3x + y - z = \\ -x + 2y + z = \end{array}\right. & \begin{array}{c} -5 \\ 4 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}
\end{array}
$$

ii)
$$
\begin{array}{lccc}
 & \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\
\left\{\begin{array}{l} x - 3y - 2z - t = \\ x - 2y - 5z - 3t = \\ -x + 4y + 2z - 2t = \\ 3x - 10y - 3z - t = \end{array}\right. & \begin{array}{c} -2 \\ -1 \\ 2 \\ -7 \end{array} & \begin{array}{c} -1 \\ 3 \\ 2 \\ -2 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}
\end{array}
$$

iii)
$$
\begin{cases} x + 3y + 5z + 7u = 1 \\ 2x - y + 3z + 5u = 2 \\ -2x - 6y - 3z + u = 4 \\ \qquad\qquad 2z + 5u = 3 \end{cases}
$$

PARTE B

Ejercicios de aplicación de LU y QR

5. Aplicando LU y QR resuelva:

i)
$$\begin{cases} x+y+z= \\ 2x-y+3z= \\ 3x+2y-2z= \end{cases}\qquad \begin{array}{ccc} a) & b) & c) \\ 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{array}$$

ii)
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{x1} \\ \mathrm{x2} \\ \mathrm{x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

iii)
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{x1} \\ \mathrm{x2} \\ \mathrm{x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

iv)
$$\begin{cases} x+3y+5z+7u=1 \\ 2x-y+3z+5u=2 \\ -2x-6y-3z+u=4 \\ 2z+5u=3 \end{cases}$$

PARTE C

6. Hallar la solución óptima por mínimos cuadrados de:

i) $\begin{cases} x_1 + x_2 = & 2,0 \\ 1,5x_1 + x_2 = & 3,2 \\ 2x_1 + x_2 = & 4,1 \\ 2,5x_1 + x_2 = & 4,9 \\ 3x_1 + x_2 = & 5,9 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} -x + y = & 1 \\ x + 2y = & -2 \\ 2x - y = & 0 \end{cases}$

7. Resolver los siguientes sistemas hallando la solución de mínima longitud e interprete geométricamente

a) $\begin{cases} 7x - y + \ 4z = 8 \\ 3x - 2y + 10z = 5 \\ 4x + y - \ 6z = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + \ 4z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 6y + 2z = 15 \\ x + y - 6z = -3 \\ -2x - 7y + 4z = -12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$

8. Elabore un programa que permita calcular la solución de un sistema lineal analizando:
   a) Si el sistema tiene o no solución
   b) Si la solución es única se calcula como x = A\b
   c) Si tiene infinitas soluciones se calcula la solución de mínima longitud
   d) Si no tiene solución se calcula la solución óptima.